

### Totale Ableitung und Richtungsableitung

Sei  $f(0,0) = 0$  und

$$f(x,y) = \frac{x^3}{x^2 + y^2} \quad \text{für } (x,y) \neq (0,0).$$

- a) Zeigen Sie, dass  $f_x$  und  $f_y$  überall existieren und beschränkt auf  $\mathbb{R}^2$  sind.
- b) Zeigen Sie, dass die Richtungsableitungen  $\frac{\partial f}{\partial u}(0,0)$ ,  $(u = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2, \|u\| = 1)$ , existieren, und dass ihr Absolutwert nicht größer als 1 ist.
- c) \* Zeigen Sie, dass andererseits  $f$  nicht differenzierbar in  $(0,0)$  ist.